



Tipo de actividad: Asignatura(Mat222)

Nombre: Teoría de Números Fundamental.

Requisitos: Mat252

Créditos: 4

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

Introducción

La Teoría de Números es una de las áreas más antiguas de las matemáticas y una de las más extensas. Tal como su nombre lo indica, estudia aspectos relacionados con los números, básicamente números enteros y racionales. Según los métodos empleados y los problemas que se intentan resolver, la teoría de números se subdivide en varias ramas, una de ellas es la Teoría de Números Elemental, que es la que se estudiará en este curso.

En la Teoría de Números Elemental se estudian los números enteros sin emplear técnicas avanzadas procedentes de otros campos de las matemáticas. El término elemental se refiere más a la naturaleza de los métodos empleados en la solución de sus problemas que al nivel de dificultad de los mismos. De hecho un curso de Teoría de Números “Elemental” incluye usualmente resultados clásicos y elegantes, entre ellos podemos mencionar la ley de reciprocidad

cuadrática, resultados de conteo usando la fórmula de inversión de Möbius y otras funciones teórico numéricas; aún el teorema del número primo, sobre la densidad aproximada de los primos entre los enteros, tiene una prueba difícil pero “elemental”. Otros temas en Teoría de Números Elemental tales como: soluciones de sistemas de congruencias lineales (teorema chino de los restos), solución de ecuaciones cuadráticas binarias (la ecuación de Pell y fracciones continuas), números de Fibonacci, ternas pitagóricas, representación de enteros mediante formas y ecuaciones diofánticas, resultan ser precursores de herramientas sofisticadas y resultados importantes en otras áreas de la matemática.

Objetivo General

1. Desarrollar destrezas matemáticas a través de la solución de problemas relacionados con los temas fundamentales de la teoría de números.
2. Propiciar un acercamiento a la matemática pura

Objetivos específicos

1. Conocer las propiedades de los conceptos de divisibilidad y congruencia
2. Aplicar los conceptos de divisibilidad y congruencia a la solución de problemas de la teoría de números fundamental.
3. Conocer las propiedades y aplicaciones del concepto de fracción continua

Contenido

CAPÍTULO I DIVISIBILIDAD

- 1.1 Concepto y propiedades.
- 1.2 Algoritmo de la división.
- 1.3 Máximo común divisor.

- 1.4 El algoritmo de Euclides.
- 1.5 Mínimo común múltiplo.
- 1.6 Números primos.
- 1.7 El teorema Fundamental de la aritmética.
- 1.8 Algunas ecuaciones Diofánticas (Lineales y ternas Pitagóricas).

CAPÍTULO II CONGRUENCIAS

- 2.1 Definición y propiedades.
- 2.2 Criterios de Divisibilidad.
- 2.3 Estructura algebraica de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- 2.4 Los Teoremas de Euler y Fermat.
- 2.5 Teorema de Wilson.
- 2.6 Congruencias lineales.
- 2.7 Sistemas de Congruencias lineales.
- 2.8 El teorema chino del residuo.
- 2.9 Congruencias de grado superior.
- 2.10 Módulo primo.
- 2.11 Raíces primitivas.

CAPÍTULO III RECIPROCIDAD CUADRÁTICA

- 3.1 Residuos cuadráticos.
- 3.2 Reciprocidad cuadrática.
- 3.3 Símbolo de Jacobi.

CAPÍTULO IV ALGUNAS FUNCIONES DE LA TEORÍA DE NÚMEROS

- 4.1 Función parte entera.
- 4.2 Las funciones número y suma de divisores.
- 4.3 La función ϕ de Euler.
- 4.4 Funciones multiplicativas.
- 4.5 Fórmula de inversión de Möbius.

CAPÍTULO V FRACCIONES CONTINUAS

- 5.1 Fracciones continuas finitas.
- 5.2 Fracciones continuas infinitas.
- 5.3 Fracciones continuas periódicas.
- 5.4 Aproximación para números irracionales.

Bibliografía

1. JIMENEZ R., GORDILLO E. y RUBIANO G. Teoría de Números para principiantes. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2004.
2. APOSTOL, T.M. Introducción A la Teoría Analítica de Números. Editorial Reverté, 1980.
3. CILLERUELO y CÓRDOBA. La Teoría de Números. Biblioteca Mondadori. Madrid 1992.
4. COURANT Y ROBBINS. ¿Qué es la Matemática? Editorial Aguilar. España 1967.
5. GUY. Unsolved Problems in Number Theory. Springer-Verlag, 1994.
6. MOLLIN. Fundamental Number Theory with Applications. Crc Press, 1988 .
7. NIVEN Y ZUCKERMAN. Introducción a la Teoría de los Números, Editorial Limusa. México 1969.

8. ORE. Number Theory and its History. Dover Publications, 1988.

9. VINOGRADOV. Fundamentos de la Teoría de Números, Editorial Mir. Moscú 1971.

