Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Tipo de actividad: Asignatura(MAT629)	Créditos: 5
Nombre: Álgebras de Lie y Representaciones.	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT421	Correquisitos:

Introducción

El curso de Álgebras de Lie y Representaciones ofrece una exploración profunda y rigurosa de una rama fundamental en matemáticas aplicadas y teóricas. Al estudiar este curso, los estudiantes adquieren habilidades para comprender y analizar estructuras algebraicas avanzadas, así como para aplicarlas en diversos campos, incluyendo la física teórica, la teoría de grupos y la geometría diferencial. La comprensión de las álgebras de Lie y sus representaciones no solo proporciona una base sólida para la investigación en matemáticas puras, sino que también tiene aplicaciones prácticas en áreas como la mecánica cuántica, la teoría de cuerdas entre otras.

Objetivo General

El objetivo general del curso de Álgebras de Lie y Representaciones es proporcionar a los estudiantes una comprensión profunda y rigurosa de las estructuras algebraicas avanzadas, con un enfoque en las álgebras de Lie y sus aplicaciones en diversos campos científicos y matemáticos.

Objetivos especificos

- Comprender la teoría fundamental de las álgebras de Lie, incluyendo su definición formal, ejemplos básicos y aplicaciones, con el fin de desarrollar una base sólida en estructuras algebraicas avanzadas.
- Analizar la teoría de representaciones de álgebras de Lie, explorando conceptos como representaciones fieles, subrepresentaciones e irreducibilidad, para poder descomponer representaciones en suma directa de subrepresentaciones irreducibles y aplicar esta técnica en la resolución de problemas teóricos y aplicados.
- Aplicar métodos de clasificación de álgebras de Lie, como la estructura de Cartan, el espacio de raíces y los diagramas de Dynkin, para clasificar álgebras de Lie simples y semi simples, y comprender la relación entre la estructura algebraica y las propiedades físicas y geométricas de sistemas físicos y matemáticos.

Contenido

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN A ÁLGEBRAS DE LIE
1.1. Definición formal de Álgebra de Lie.
1.2. Ejemplos básicos: Álgebras de Lie de matrices, álgebras de Lie de vectores.
1.3. Ejemplos importantes: Álgebra de Lie su(2), Álgebra de Lie sl(2, R).
1.4. Operador de conmutación.

CAPÍTULO II ESTRUCTURA DE ÁLGEBRAS DE LIE
2.1. Subálgebras, ideales y homomorfismos.
2.2. Generación y cierre de Lie.
2.3. Álgebras de Lie nilpotentes y solubles.
2.4. Teorema de Engel.

CAPÍTULO III REPRESENTACIONES DE ÁLGEBRAS DE LIE
3.1. Definición de una representación de un álgebra de Lie.
3.2. Representaciones fieles y equivalentes.
3.3. Subrepresentaciones, irreducibilidad y teorema de Maschke.
3.4. Descomposición de representaciones en suma directa de subrepresentaciones irreducibles(teorema de Weyl).
3.5. Representaciones adjuntas y coadjuntas.

CAPÍTULO IV REPRESENTACIONES DE ÁLGEBRAS DE LIE SEMISIMPLES
4.1. Álgebras de Lie semisimples y álgebras de Cartan.
4.2. Teoría de representaciones de álgebras de Lie semisimples.
4.3. Teorema de clasificación de representaciones irreducibles de álgebras de Lie semisimples complejas (teoría de weights).

CAPÍTULO V CLASIFICACIÓN DE ÁLGEBRAS DE LIE SIMPLES
5.1. Álgebras de Lie semisimples y simples
5.2. Teorema de Lie
5.3. Clasificación de álgebras de Lie simples de bajo rango
5.4. Representaciones de las álgebras de Lie simples clásicas: su, so, sp

CAPÍTULO VI MÉTODOS DE CLASIFICACIÓN
6.1. Estructura de Cartan
6.2. Espacio de raíces y sistemas de raíces
6.3. Diagramas de Dynkin y clasificación de álgebras de Lie simples mediante diagramas de Dynkin
6.4. Construcción de álgebras de Lie a partir de sistemas de raíces

Bibliografía

- Tauvel, P., & Yu, R. W. T. (2005). Lie algebras and algebraic groups. Springer.
- Jacobson, N. (1962). Lie algebras. Dover Publications.
- Hall, B. C. (2003). Lie groups, Lie algebras, and representations: An elementary introduction. Springer.
- Humphreys, J. E. (1972). Introduction to Lie algebras and representation theory. Springer.