Universidad del Cauca

# Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

## Departamento de Matemáticas

| | |
|---|---|
| Tipo de actividad: Asignatura(MAT411) | Créditos: 4 |
| Nombre: Geometría Diferencial. | Intensidad Horaria: 4 Horas semanales. |
| Requisitos: MAT202 | Correquisitos: |

## Introducción

Tal como su nombre lo indica, este es un curso de geometría. Sin embargo, aquí se podrá llevar a cabo un estudio mucho más amplio y versátil que aquel que se hace cuando se estudian tópicos de geometría euclidiana o geometría analítica, ya que en éstas siempre se está restringido a utilizar técnicas geométricas y algebraicas elementales (aunque no necesariamente triviales o despreciables). Por el contrario, en geometría diferencial se hace uso de las herramientas ofrecidas por el cálculo y el análisis para estudiar una amplia gama de propiedades geométricas de las curvas y superficies. Pero debido a que dichas herramientas del análisis operan solamente cuando las funciones son suaves o diferenciables, aquí se requiere que las curvas y superficies sean suaves por lo menos a trozos.

## Objetivo General

• Iniciar al estudiante en los métodos que utiliza la geometría diferencial para el estudio de curvas y superficies en el espacio.

## Objetivos especificos

• Conocer las fórmulas de Frenet y comprender su gran potencial como método general para solucionar problemas diversos.

• Ampliar el cálculo que comunmente se realiza en el plano euclidiano y mostrar que cada superficie posee un cálculo diferencial y un cálculo integral propios.

• Estudiar los mecanismos matemáticos gracias a los cuales se puede caracterizar, de manera precisa, la forma de una superficie.

• Realizar una primera aproximación a la “geometría intrínseca” de una superficie.

• Enunciar el teorema de Gauss-Bonnet (opcional).

## Contenido

CAPÍTULO I CÁLCULO EN EL ESPACIO EUCLIDIANO
1.1 formas.
1.2 Formas diferenciales.

CAPÍTULO II CAMPOS DE SISTEMAS DE REFERENCIA
2.1 Curvas.
2.2 Las fórmulas de Frenet.
2.3 Curvas de rapidez arbitraria.

2.4 Derivadas covariantes.
2.5 Campos de sistemas de referencia.
2.6 Formas de conexión.
2.7 Las ecuaciones estructurales.

CAPÍTULO III GEOMETRÍA EUCLIDIANA
3.1 Orientación.

CAPÍTULO IV EL CÁLCULO EN UNA SUPERFICIE
4.1 Las superficies en R3 .
4.2 Los cálculos en las cartas.
4.3 Funciones diferenciables y vectores tangentes.
4.4 Formas diferenciales en una superficie.
4.5 Mapeos de superficies.
4.6 Integración de formas.
4.7 Propiedades topológicas de las superficies.
4.8 Variedades.

CAPÍTULO V OPERADORES DE FORMA
5.1 El operador de forma de M ? R3.
5.2 Curvatura normal.
5.3 Curvatura gaussiana.
5.4 Técnicas de cálculo.
5.5 Curvas especiales en una superficie.
5.6 Superficies de revolución.

CAPÍTULO VI GEOMETRÍA DE LAS SUPERFICIES EN R3R
6.1 Las ecuaciones fundamentales.
6.2 Cálculos con formas.
6.3 Algunos teoremas globales.
6.4 Isometrías e isometrías locales.
6.5 La geometría intrínseca de superficie de R3.
6.6 Integración y orientación.
6.7 Congruencia de superficies.

CAPÍTULO VII LA GEOMETRÍA DE RIEMANN (OPCIONAL)
7.1 Superficies geométricas.
7.2 La curvatura gaussiana.
7.3 La derivada covariante.
7.4 Las geodésicas.
7.5 Propiedades minimizantes de la longitud de las geodésicas.
7.6 Curvatura y puntos conjugados.
7.7 Mapeos que conservan los productos interiores.
7.8 El teorema de Gauss-Bonnet.

## Bibliografía

• TEXTO GUÍA: o'NEILL Barret. Elementos de Geometría Diferencial. Limusa-Wiley, S.A. México. 1972.

• LIPSCHUTZ, Martin M. Geometría Diferencial. Schaum-McGraw-Hill. México. 1982.

• STRUIK D.J. Lectures on Classical Differential Geometry. Addison-Wesley, Reading. Massachusetts. 1961.

• WILLMORE T.J. An Introduction to Differential Geometry. Oxford University Press. Londres y Nueva York. Moderna. Fondo Educativo Interamericano. Bogotá. 1.970.