



Tipo de actividad: Asignatura(MAT407)

Nombre: Variable Compleja.

Requisitos: MAT404

Créditos: 4

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

## Objetivo General

- Generalizar conceptos básicos del cálculo real al plano complejo y presentar la correspondiente fundamentación matemática de la teoría de las funciones de una variable compleja.
- Orientar la materia de manera que los interesados puedan hacer aplicaciones a conducción de calor, potencial electrostático y flujo de fluidos, entre otras.

## Contenido

### CAPÍTULO 1. NÚMEROS COMPLEJOS Y EL PLANO COMPLEJO

1.1 La unidad imaginaria y el cuerpo de los números complejos.

1.2 Representación geométrica de un número complejo e isomorfismo con el plano cartesiano y el conjunto de vectores libres.

1.3 Módulo de un complejo, concepto de distancia en el plano complejo y conjugado de un complejo.

1.4 Forma polar de un complejo: potencia entera y racional de un complejo.

1.5 Conceptos topológicos en el plano complejo: bolas, conjuntos abiertos y cerrados, conjuntos conexos, frontera, dominio, región, regiones acotadas, conjuntos compactos, puntos de acumulación.

### CAPÍTULO 2. FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA

2.1 Definición de función de una variable compleja. Plano  $z$  y Plano  $w$ . La función como una transformación del plano  $z$  al plano  $w$ .

2.2 Las transformaciones:  $w = a z$ ,  $w = z + b$ ,  $w = 1/z$ ,  $w = a z + b$ ,  $w = (az + b) / (cz + d)$  y sus interpretaciones geométricas.

2.3 Las funciones elementales: la función exponencial, funciones trigonométricas, funciones hiperbólicas, exponentes complejos, las funciones elementales inversas (funciones univalentes y multivalentes), puntos de ramificación y corte.

2.4 La función compuesta. Interpretación de las funciones elementales como transformaciones del plano  $z$  al plano  $w$  (imágenes de regiones del plano  $z$  o del plano  $w$ ).

### CAPÍTULO 3. LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

3.1 Definición de límite de una función y el teorema de unicidad del límite.

3.2 Álgebra de límites. Descomposición en parte real y parte Imaginaria.

3.3 El plano complejo ampliado. Límites infinitos.

3.4 Continuidad de una función y propiedades.

### CAPÍTULO 4. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

4.1 Definición de derivada, funciones derivables.

4.2 Álgebra de derivadas, regla de la cadena y derivada de la función inversa.

4.3 Condiciones de Cauchy – Riemann y funciones analíticas.

4.4 Funciones armónicas, la ecuación de Laplace.

## CAPÍTULO 5 INTEGRALES

- 5.1 Funciones de una variable real de valor complejo: límite, continuidad, derivada e integral de estas funciones.
- 5.2 Caminos, longitud de arco, parametrización y contornos.
- 5.3 Integrales de línea y sus propiedades, primitiva de una función e independencia del camino. Integración por sustitución y por partes.
- 5.4 Teorema de Cauchy –Goursat.
- 5.5 La fórmula integral de Cauchy, derivadas de funciones analíticas.
- 5.6 Teoremas de Liouville y de Morera.
- 5.7 Módulo máximo y principio del módulo máximo.
- 5.6 Teorema fundamental del álgebra.

## CAPÍTULO 6. SUCESIONES Y SERIES

- 6.1 Sucesiones y límites de sucesiones. Series y convergencia absoluta.
- 6.2 Serie geométrica, de Taylor y de Laurent, puntos singulares.
- 6.3 Convergencia de las series de potencia, convergencia uniforme.
- 6.4 Derivada e integral de una serie de potencias, teorema de unicidad de la representación en serie.
- 6.5 Suma, multiplicación y división de series.

## CAPÍTULO 7. RESIDUOS Y POLOS

- 7.1 Residuos, el teorema de los residuos.
- 7.2 Parte principal de una función, polos, polos de orden  $m$ , punto singular aislado, punto singular esencial.
- 7.3 Residuos en los polos y cálculo de integrales reales.

## CAPÍTULO 8. TRANSFORMACIONES CONFORMES

- 8.1 Definición de transformaciones conformes y propiedades.
- 8.2 Aplicaciones de las transformaciones conformes: temperaturas estacionarias, potencial electrostático y flujo de un fluido.

## Bibliografía

- RUEL V. Churchill y James Ward Brown, Variable Compleja y Aplicaciones. McGraw-Hill, 5 ed. 1.992. (texto guía).
- WUNSCH David, Variable Compleja con Aplicaciones de A. Addison Wesley Iberoamericana, S.A., Wilmington, 1997. Delaware E.U. A.
- REDHEFFER Levinson, Curso de Variable Compleja, editorial Reverté, S.A., 1975.