Universidad del Cauca

# Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

## Departamento de Matemáticas

| | |
|---|---|
| Tipo de actividad: Asignatura(MAT322) | Créditos: 4 |
| Nombre: Teoría de Anillos . | Intensidad Horaria: 4 Horas semanales. |
| Requisitos: MAT321 | Correquisitos: |

## Introducción

Un anillo es un grupo abeliano que cuenta con una operación adicional (a la que generalmente se le denomina multiplicación) y algunas propiedades relacionadas con esta. En ese sentido, estudiar los anillos corresponde a estudiar un tipo especial de grupos.

Cuando un anillo, además de las propiedades requeridas para serlo, posee ciertas propiedades adicionales, será denominado un campo. Estos últimos son de gran importancia y el estudiante ya conoce varios ejemplos de ellos: Q (los racionales), R (los reales) y C (los complejos). Tal como se tienen polinomios con coeficientes reales, se tienen polinomios sobre un campo K cualquiera, para los cuales existen las operaciones de suma y multiplicación, que además cumplen las propiedades de anillo. Uno de los temas centrales de este curso será el estudio de las ecuaciones polinómicas y los polinomios con coeficientes en un campo K cualquiera.

## Objetivo General

• Brindar al estudiante la oportunidad de reforzar sus habilidades para el razonamiento formal, así como de poner en práctica, en un nuevo ambiente, los diversos métodos de demostración.

• Ampliar los conocimientos adquiridos en el curso de Teoría de Grupos y sentar las bases para estudios avanzados en las distintas áreas que requieren de conocimientos básicos en álgebra abstracta.

## Objetivos especificos

• Definir y estudiar las propiedades básicas de los anillos y sus diversas variantes: anillos unitarios, anillos con división, dominios, campos, etc.

• Estudiar las propiedades algebraicas que poseen algunas estructuras comúnmente conocidas: Z, Q, R y C.

• Mostrar los fundamentos en que se basa el álgebra de polinomios conocida desde el bachillerato.

• Mostrar que toda ecuación polinómica posee una solución en algún campo K, e introducir al estudiante en la teoría de los campos de extensión.

## Contenido

CAPÍTULO I ANILLOS
1.1 Definición y propiedades básicas.
1.2 Anillos con unitario.
1.3 Anillos con división.
1.4 Campos.

CAPÍTULO I I DOMINIOS ENTEROS
2.1 Divisores de 0.
2.2 Dominios Enteros.
2.3 Estructura de campo de Zp.
2.4 Característica de un anillo.
2.5 Teorema de Fermat.
2.6 Generalización de Euler.

CAPÍTULO III ANILLOS NO CONMUTATIVOS
3.1 Matrices sobre un campo.
3.2 Anillos de endomorfismos.
3.3 Anillos de grupo y álgebra de grupo.
3.4 Cuaterniones.

CAPÍTULO IV CAMPO DE COCIENTES DE UN DOMINIO ENTERO
4.1 Construcción del Campo de Cocientes de un Dominio.
4.2 Unicidad.

CAPÍTULO V ANILLOS COCIENTES E IDEALES
5.1 Nuestro objetivo fundamental.
5.2 Condiciones necesarias para la existencia de un anillo cociente.
5.3 Ideales.
5.4 Anillo cociente.

CAPÍTULO VI HOMOMORFISMOS
6.1 Homomorfismos de anillos.
6.2 Transformación canónica.
6.3 Kernel de un homomorfismo.
6.4 Teorema fundamental del homomorfismo.
6.5 Ideales maximales.
6.6 Ideales primos.
6.7 Campos primos.

CAPÍTULO VII ANILLOS DE POLINOMIOS
7.1 Polinomios en una indeterminada.
7.2 Homomorfismos de evaluación.

CAPÍTULO VIII FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS SOBRE UN CAMPO
8.1 El algoritmo de la división.
8.2 Ceros de un polinomio.
8.3 Polinomios irreducibles.
8.4 Teorema de Eisenstein.
8.5 Ideales y factorización en F(x)

CAPÍTULO IX DOMINIOS DE FACTORIZACIÓN ÚNICA
9.1 Divisibilidad en un dominio D.
9.2 Elementos irreducibles en dominios enteros.

9.3 Dominios de factorización única (DFU).
9.4 Dominios de ideales principales (DIP) y relación entre ambos.
9.5 Elementos primos de un dominio D.
9.6 Teorema fundamental de la aritmética.
9.7 Estructura de DFU en D(x).

CAPÍTULO X  DOMINIOS EUCLIDIANOS
10.1 Dominios euclidianos.
10.2 Evaluaciones euclidianas.
10.3 Estructura de DIP en dominios euclidianos.
10.4 Aritmética en dominios euclidianos.
10.5 Algoritmo euclidiano.
10.6 Ejemplo de dominio euclidiano: enteros gaussianos.

CAPÍTULO XI  INTRODUCCIÓN A LOS CAMPOS DE EXTENSIÓN
11.1 Teorema de Kronecker (el objetivo fundamental alcanzado).
11.2 Elementos algebraicos y trascendentes.
11.3 El polinomio irreducible de un elemento ? sobre un campo F.
11.4 Extensiones simples.

## Bibliografía


• FRALEIGH, John B. Álgebra Abstracta. Addison- Wesley Iberoamericana. 1988. Texto guía.

• ACEVEDO, Myriam. LOSADA, Mary. Recorriendo el Álgebra. Universidad Nacional.  Colciencias. 1997.

• HERSTEIN, N. Topics in Álgebra. Blaisdell Book Company, New York.

• SUAREZ, Marco Fidel. Elementos de Álgebra. Universidad del Valle. 1994.