Tipo de actividad: Asignatura(MAT702)	Créditos: 5
Nombre: Espacios Funcionales con orden no entero de suavidad I.	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT502, MAT701	Correquisitos:

Introducción

Este curso está dirigido a estudiantes del programa de Maestría en Ciencias Matemáticas de la Universidad del Cauca, interesados en profundizar sus conocimientos en el campo de espacios funcionales y sus aplicaciones al análisis matemático y las ecuaciones diferenciales. La primera parte está dedicada a los espacios de Nikolsky-Biésov, normas equivalentes y teoremas de inclusión para ellos, usando como aparato teórico principal, los módulos de continuidad. La segunda parte contempla importantes correlaciones entre los espacios de Sóbolev y Nikolsky-Biésov

Objetivo General

Estudiar los espacios funcionales de Nikolsky-Biésov y sus principales propiedades

Objetivos especificos

1. Fomentar el estudio de la teoría de espacios funcionales
2. Estudiar los módulos de continuidad y los espacios de funciones que se definen a través de ellos
3. Estudiar la interrelación entre los espacios de Sóbolev y de Nikolsky-Biésov

Contenido

PRIMERA PARTE ESPACIOS DE NIKOLSKY-BIÉSOV. PROPIEDADES GENERALES

1.1. Diferencias finitas y módulos de continuidad.

Concepto de diferencia finita y módulo de continuidad. Propiedades generales de los módulos de continuidad (monotonía, acotación, tendencia a cero en vecindades de cero, condición, cuasidecrecimiento al dividir por la potencia k-sima del argumento, relación de los módulos de continuidad de diferentes órdenes).

1.2 Teorema de Marshout.

Lema fundamental de Marshout sobre la relación de las diferencias finitas de diferentes órdenes. Teorema de Marshout sobre la estimación de los módulos de continuidad de diferentes ordenes.

1.3. Definición de los espacios de Nikolsky-Biésov.

Definición de los espacios. Ejemplos. Normas equivalentes para los espacios de Nikolsky- Biésov.

1.4. Normas equivalentes en los espacios de Nikolsky-Biésov.

Equivalencia de las normas en los espacios de Nikolsky-Biésov, para diferentes módulos de continuidad (aplicación de l teorema de Marshout). Discretización de la norma.

1.5. Inclusión de los espacios de Nikolsky-Biésov sin cambio de métrica (inclusión según el segundo índice).

Escala de los espacios de Nikolsky-Biésov. Dependencia del orden de suavidad. Ampliación de estos espacios por el crecimiento del segundo índice.

1.6. Ejemplos de funciones de los espacios de Nikolsky-Biésov.

Estimación exacta del modulo de continuidad para la función en Condición de pertenencia de esta función al espacio de Sóbolev y de Nikolsky-Biésov.

1.7. Completitud de los espacios de Nikolsky-Biésov.

Dos lemas sobre las propiedades de los módulos de continuidad (desigualdad triangular y convergencia de los módulos de continuidad). Teorema sobre la completitud de los espacios de Nikolsky-Biésov.

SEGUNDA PARTE CORRELACIÓN DE LOS ESPACIOS DE SOBOLEV Y LOS ESPACIOS DE NIKOLSKY-BIÉSOV.

2.1. Relación entre la diferencia finita y la derivada direccional.

Expresión de la diferencia k-sima de una función con ayuda de la mediación de la derivada k-sima. Formula multidimensional para la k-sima diferencia de la función, con ayuda de la mediación de la k-sima derivada direccional.

2.2. Propiedades del operador de mediación direccional.

Formula de la mediación direccional para el caso de la función continua. Extensión del operador para cualquier función localmente sumable. Acotación del operador de mediación en y convergencia en hacia la función mediada.

2.3. Criterio de pertenencia de una función localmente sumable (En términos de las propiedades de su mediación direccional).

2.4. Concepto de derivada generalizada direccional de k-simo orden.

Definición equivalente de derivada generalizada direccional (derivadas débiles y fuertes).relación entre la derivada direccional k-sima y la derivada generalizada k-sima.

2.5. Normas equivalentes en el espacio de Sóbolev en términos de las derivadas generalizadas direccionales.

2.6. Caracterización en diferencias para los espacios de Sóbolev.

Norma de la derivada generalizada direccional en términos de la diferencia finita. Criterio de pertenencia de las derivadas generalizadas direccionales a

2.7. Caracterización en diferencias de los espacios de Sóbolev (continuación).

Normas equivalentes en los espacios de Sóbolev en términos de las características de las relaciones de las diferencias.

2.8. Relación entre los espacios de Sóbolev y de Nikolsky-Biésov.

Inclusión del espacio de Sóbolev en el espacio de Nikolsky. Inclusión del espacio de Biésov en el espacio de Sóbolev.

2.9. Normas equivalentes en el espacio de Nikolsky-Biésov utilizando derivadas generalizadas.

Estimación de las - normas de las derivadas con ayuda de la norma en el espacio de Nikolsky-Biésov

Bibliografía

1. Sóbolev S.L. Algunas aplicaciones del análisis funcional en la física matemática. Novosibirsk, 1962.
2. Stein E.M. Singular integrals and differentiability properties of functions. 1970.
3. Tribel, H. Teoría de la interpolación, espacios funcionales y operadores diferenciales. Moscú. Ed. MIR, 1983.
4. Nikolsky S. M. Aproximación de funciones de varias variables y teoremas de inclusión. Ed. Fizmatiz, 1969.
5. BIESOV O.V., ILLIN V.P., NIKOLSKY S. M. Representaciones integrales de las funciones y teoremas de inclusión. Moscow. Ed. Nauka, 1996.
6. Burenkov V. I. Sóbolev spaces in domains. Teubner, 1998