



Tipo de actividad: Asignatura(MAT701)

Nombre: Espacios de Sóbolev.

Requisitos: MAT502,MAT602

Créditos: 5

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

## Introducción

Este curso está dirigido a estudiantes del programa de Maestría en Ciencias Matemáticas de la Universidad del Cauca, interesados en profundizar sus conocimientos en el campo de espacios funcionales y sus aplicaciones al análisis matemático y las ecuaciones diferenciales. En los tres primeros capítulos del curso, se presentan los conceptos generales de los espacios de Sóbolev, a partir de las representaciones integrales, tomando como herramienta principal las molificaciones.

El capítulo cuarto aborda las principales propiedades de los espacios de Sóbolev, mientras que el quinto se dedica al problema de las trazas para funciones de dicha clase.

## Objetivo General

Estudiar los espacios funcionales de S.L. Sóbolev y sus principales propiedades.

## Objetivos específicos

1. Fomentar el estudio de la teoría de espacios funcionales.
2. Estudiar la representación integral de Sóbolev y sus consecuencias.
3. Estudiar las principales propiedades de los espacios de Sóbolev y los respectivos teoremas de inclusión.
4. Discutir el problema sobre las trazas para las funciones de los espacios de Sóbolev.

## Contenido

### CAPÍTULO I OPERADOR DE MEDIACIÓN (MOLIFICACIÓN) Y SUS PROPIEDADES

1.1. Continuidad de la  $L_p$  –norma respecto al desplazamiento.

Núcleo de modificación. Operador de mediación  $A$  y su acotación en los espacios  $L_p$ .

Densidad en los espacios  $L_p$  de las funciones infinitamente diferenciables.

### CAPÍTULO II DERIVADAS GENERALIZADAS SEGÚN SÓBOLEV

2.1. Integración por partes en el caso  $n$ -dimensional

2.2. Definición y propiedades elementales de las derivadas generalizadas

2.3. Diferencias finitas y su relación con las derivadas generalizadas. Fórmula de integración por partes para las diferencias finitas

### CAPÍTULO III REPRESENTACIÓN INTEGRAL DE SÓBOLEV

3.1. Fórmula multidimensional de Taylor

3.2. Representación no trivial de Sóbolev

3.3. Dominios estrellados respecto a una esfera. Dominios, que satisfacen la condición del cono. Estructura de los conjuntos abiertos, que satisfacen la condición del cono

## CAPÍTULO IV ESPACIOS DE SÓBOLEV

- 4.1. Definición de los espacios  $W^{k,p}$ . Completitud de estos espacios
- 4.2. Representación integral de Sobolev para funciones de  $W^{k,p}$
- 4.3. Teorema de inclusión de los espacios de Sobolev en el espacio de funciones continuas
- 4.4. Inclusión de los espacios  $W^{k,p}$  en los espacios  $L^p$

## CAPÍTULO V CONSECUENCIAS DE LOS TEOREMAS DE INCLUSIÓN

- 5.1. Estimación para las derivadas intermedias de las funciones de  $W^{k,p}$
- 5.2. Inclusión de los espacios  $W^{k,p}$  en sí mismos
- 5.3. Noción de traza y sus propiedades fundamentales
- 5.4. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de las trazas de  $W^{k,p}$

## CAPÍTULO VI ESPACIOS DE NIKÓLSKY-BIÉSOV $B_{p,q}^s$ (OPCIONAL)

- 6.1. Definición de los espacios  $B_{p,q}^s$ . Relaciones elementales con los espacios de Sobolev
- 6.2. Normas equivalentes en los espacios de Sobolev
- 6.3. Teorema sobre las trazas para funciones de los espacios  $B_{p,q}^s$

## Bibliografía

1. Sobolev spaces on domains. Burenkov, V. I.
2. Integral Representation of functions and embedding theorems. Biésov, O.V., Ilín, V.P. and Nikolskii, S.M. Moscow: Nauka, 1975.
3. Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin
4. Curso de Análisis Matemático. Tomo 2. S.L. Kudriavtsev. Ed. MIR, Moscú, 1983
5. Partial Differential Equations. Evans, C. AMS., Graduate Studies in Mathematics. Volume 19, 2002