

Tipo de actividad: Asignatura(MAT624)

Nombre: Teoría de Números II .

Requisitos: MAT526

Créditos: 5

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

Introducción

Este curso está relacionado con números primos, divisores y otros temas en teoría de números multiplicativa. Requiere de un curso de cálculo avanzado o análisis real. Después de obtener propiedades de las funciones aritméticas básicas, se obtienen resultados importantes sobre funciones divisor, y se prueban los teoremas clásicos de Chebyshev y Mertens sobre la distribución de los números primos. Al finalizar se presentan pruebas elementales de dos de los teoremas más famosos de las matemáticas: el teorema del número primo que establece que el número de primos hasta x es asintóticamente igual a $x/\log x$, y el teorema de Dirichlet sobre la existencia de infinitos primos en progresiones aritméticas.

El texto guía es: Melvyn B. Nathanson: Elementary Methods in Number Theory. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.

Este libro es una buena introducción al tema de “métodos elementales en teoría de números analítica”. Los teoremas en él son afirmaciones simples sobre los enteros, pero las pruebas estándares requieren integración de contorno, funciones modulares, estimaciones de sumas exponenciales, y otras herramientas de análisis complejo. En él se presentan pruebas que usan únicamente “argumentos elementales” de la teoría de números. Estas pruebas elementales no son necesariamente mejores que otras pruebas, ni son más fáciles. De hecho, son técnicamente difíciles, pero satisfacen las condiciones estéticas de usar solo argumentos aritméticos.

Contenido

CAPÍTULO I. FUNCIONES ARITMÉTICAS

- 1.1. El Anillo de Funciones Aritméticas
- 1.2. Valores Medios de Funciones Aritméticas
- 1.3. La Función de Möebius
- 1.4. Funciones Multiplicativas
- 1.5. El Valor Medio de la Función Phi de Euler

CAPÍTULO II. FUNCIONES DIVISOR

- 2.1. Divisores y Factorizaciones
- 2.2. Un Teorema de Ramanujan
- 2.3. Sumas de Divisores
- 2.4. Sumas y Diferencias de Productos
- 2.5. Conjuntos de Múltiplos
- 2.6. Números Abundantes

CAPÍTULO III. NÚMEROS PRIMOS

- 3.1. Teorema de Chebyshev

- 3.2. Teorema de Mertens
- 3.3. El Número de Divisores Primos de un Entero

CAPÍTULO IV. EL TEOREMA DEL NÚMERO PRIMO

- 4.1. Funciones Von Mangoldt Generalizadas
- 4.2. Fórmula de Selberg
- 4.3. La Prueba Elemental
- 4.4. Enteros con k Factores Primos

CAPÍTULO V. PRIMOS EN PROGRESIONES ARITMÉTICAS

- 5.1. Caracteres de Dirichlet
- 5.2. L-Funciones de Dirichlet
- 5.3. Primos Módulo 4
- 5.4. El no Anulamiento de $L(1,?)$

Bibliografía

1. Melvyn B. Nathanson: Elementary Methods in Number Theory. Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
2. Richard A. Mollin: Fundamental Number Theory with Applications. CRC Press, New York, 1998.
3. Kenneth H. Rosen: Elementary Number Theory and its Applications. Pearson, Boston, 2005.
4. T. M. Apostol: Introducción a la Teoría Analítica de Números. Editorial Reverté, 1980.
5. Javier Cilleruelo y Antonio Córdoba: La Teoría de los Números. Biblioteca Mondadori, Madrid, 1992.
6. E. Hlawka, J. Schoibengeier, R. Taschner: Geometric and Analytic Number Theory. Springer-Verlag, 1991.
7. G. H. Hardy and E. M. Wright: An Introduction to the Theory of Numbers. Fifth Edition, Oxford Science Publications, 1998.
8. Kenneth Ireland and Michael Rosen: A Classical Introduction to Modern Number Theory. Springer, 1972