Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Tipo de actividad: Asignatura(MAT552)	Créditos: 5
Nombre: Introducción a los Cardinales Grandes .	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT551	Correquisitos:

Introducción

Los cardinales grandes son protagonistas de una tendencia moderna de investigación en teoría de conjuntos dirigida a la búsqueda de los axiomas ideales, comparable, hasta cierto punto, con la búsqueda de la teoría de la unificación de la física. También han sido usados para demostrar resultados de consistencia relativa.

Los primeros cardinales grandes que surgieron son los llamados inaccesibles, pero a partir de ellos hay toda una jerarquía de cardinales grandes, pasando por los medibles, débilmente compactos, Mahlo, de Woodin, etc. Cada uno de estos va estructurando un universo conjuntista de características particulares.

En el curso se pretende estudiar con detalle los cardinales medibles a partir de analizar el problema de la medida con herramientas conjuntistas. Se aprovechará el estudio de la teoría de árboles y la teoría de Ramsey infinita para establecer algunas relaciones con los cardinales medibles y definir los débilmente compactos.

La teoría de árboles estudiada en el curso proporciona un terreno fértil para el análisis del problema de Suslin el cual plantea una pregunta de gran importancia sobre la caracterización de los números reales como conjunto ordenado.

Objetivo General

1. Adquirir una primera visión de aquellos cardinales que son llamados grandes.
2. Proveer herramientas necesarias para comprender algunas de las metas que guían la investigación moderna en teoría de conjuntos.

Objetivos especificos

1. A partir del tratamiento conjuntista del problema de la medida, motivar la introducción de los cardinales medibles y de manera general, los cardinales inaccesibles.
2. Estudiar la interesante relación que hay entre hipótesis del continuo y problema de la medida.
3. Mediante la extensión de los resultados de la teoría de Ramsey finita al caso infinito, motivar la definición de los cardinales débilmente compactos.
4. Estudiar la relación que existe entre árboles y cardinales medibles.
5. Estudiar el problema de Suslin y la existencia de árboles de Suslin

Contenido

CAPÍTULO I Cardinales Medibles
1.1 Nociones de medida
1.2 El problema de la medida
1.3 Cardinales medibles
1.4 Relación entre problema de la medida e hipótesis del continuo

CAPÍTULO II Árboles
2.1 Lema de König

2.2 Árboles de Aronszajn
2.3 Propiedad del árbol
2.4 Problema de Suslin
2.5 Árboles de Suslin

CAPÍTULO III Algunos Aspectos de la Teoría de Ramsey
3.1 Teorema de Ramsey finito
3.2 Teorema de Ramsey infinito
3.3 Cálculo de particiones para cardinales no contables
3.4 Cardinales débilmente compactos

Bibliografía

1. Texto Guía: Karel Hrbacek y Thomas Jech, Introduction to Set Theory, Third edition. Marcel Dekker, Inc., New York, 1999.
2. Kenneth Kunen, Set Theory-An Introduction to Independence Proofs, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1980.
3. Thomas Jech, Set Theory, Third Edition. Springer, 2003.
4. Carlos Ivorra Castillo, Pruebas de Consistencia, http://www.uv.es/ivorra/Libros/CONJUNTOS.pdf, (libro gratuito).
5. Akihiro Kanamori, The Higher Infinite, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994.
6. Andrés Villaveces, La medida de Lebesgue: ¿Por qué no es total? ¿Cómo lograr su totalidad?, Lecturas Matemáticas, Vol. X, No. 1-2-3, Sociedad Colombiana de Matemáticas, Bogotá, 1989.
7. María Eugenía Montoya Nava, Una Aproximación Conjuntista al Problema de la Medida, Trabajo de Grado, Universidad del Cauca, 2007.