Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Tipo de actividad: Asignatura(MAT522)	Créditos: 5
Nombre: Teoría de Números Algebraica.	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT222, MAT322, MAT526, MAT520	Correquisitos:

Introducción

Este curso, es un estudio introductorio, aunque riguroso, de la Teoría de Números Algebraica. Esta teoría es uno de los logros más importantes de las Matemáticas del siglo XIX. Surgió gracias a los intentos de los matemáticos de ese siglo por demostrar el último teorema de Fermat, a saber, que la ecuación x^n+y^n=z^n no tiene soluciones en números enteros no nulos x, y, z, donde n es un número entero mayor o igual a 3. Comenzando con una rápida revisión de la primalidad y la factorización única para los enteros ordinarios, el curso extiende estas nociones a dominios más exóticos: cuadráticos, cúbicos, ciclotómicos, y en general campos numéricos. Este desarrollo se aplica luego a la representación de los enteros como sumas de cuadrados y, en general, a las ecuaciones Diofánticas clásicas. Los temas que se tratarán son: Dominios enteros (en particular, Euclidianos, Noetherianos y de Dedekind); formas cuadráticas binarias; números y enteros algebraicos; extensiones algebraicas de un campo; campos numéricos algebraicos; bases enteras; el anillo de enteros de un campo numérico algebraico OK; y algunos teoremas sobre factorización de primos en un campo numérico. Incluiremos tantos ejemplos y aplicaciones como sea posible.
Los prerrequisitos para este curso son un curso básico de álgebra lineal (sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales sobre un campo), un curso básico de álgebra moderna (grupos, anillos y campos, incluyendo el criterio de irreducibilidad de Eisenstein) y un curso básico de teoría de números elemental (símbolo de Legendre, residuos cuadráticos y ley de reciprocidad cuadrática). No es necesaria la teoría de Galois.

Objetivo General

Estudiar los fundamentos de la Teoría de Números Algebraica

Contenido

CAPITULO I. DOMINIOS ENTEROS
1.1 Dominios enteros
1.2 Primos e Irreducibles
1.3 Ideales
1.4 Dominios de ideales principales
1.5 Ideales maximales e Ideales primos
1.6 Sumas y productos de ideales

CAPITULO II. DOMINIOS EUCLIDIANOS
2.1 Dominios Euclidianos
2.2 Ejemplos de Dominios Euclidianos
2.3 Representación de los primos mediante formas cuadráticas binarias

CAPITULO III. DOMINIOS NOETHERIANOS
3.1 Dominios Noetherianos
3.2 Dominios de Factorización

3.3 Dominios de Factorización única
3.4 Módulos
3.5 Módulos Noetherianos

CAPITULO IV. ELEMENTOS ENTEROS SOBRE UN DOMINIO
4.1 Elementos enteros sobre un dominio
4.2 Clausura entera

CAPITULO V. EXTENSIONES ALGEBRAICAS DE UN CAMPO
5.1 Polinomio minimal de un elemento algebraico sobre un campo
5.2 Conjugados de un elemento sobre un subcampo de C
5.3 Conjugados de un entero algebraico
5.4 Enteros algebraicos en un campo cuadrático
5.5 Extensiones simples y extensiones múltiples

CAPITULO VI. CAMPOS NUMÉRICOS ALGEBRAICOS
6.1 Campos numéricos algebraicos
6.2 Campos conjugados de un campo numérico algebraico
6.3 El polinomio de campo de un elemento de un campo numérico algebraico
6.4 El discriminante de un conjunto de elementos en un campo numérico algebraico
6.5 Bases de un ideal
6.6 Ideales primos en anillos de enteros

CAPITULO VII. BASES ENTERAS
7.1 Bases enteras de un campo numérico algebraico

CAPITULO VIII. DOMINIOS DE DEDEKIND
8.1 Dominios de Dedekind
8.2 Ideales en un dominio de Dedekind
8.3 Factorización en ideales primos
8.4 Orden de un ideal con respecto a un ideal primo
8.5 Generadores de ideales en un dominio de Dedekind

CAPITULO IX. NORMAS DE IDEALES
9.1 Norma de un ideal entero
9.2 Norma y traza de un elemento
9.3 Norma de un producto de ideales
9.4 Norma de un ideal fraccionario

CAPITULO X. FACTORIZACIÓN DE PRIMOS EN UN CAMPO NÚMERICO
10.1 Norma de un ideal primo
10.2 Factorización de primos en un campo cuadrático
10.3 Factorización de primos en un campo numérico

OPCIONAL: CAPITULO XI. UNIDADES EN CAMPOS CUADRÁTICOS REALES
11.1 Las unidades de Z+Z sqrt(2)
11.2 La ecuación x^2-my^2=1
11.3 Unidades de norma ±1

11.4 La unidad fundamental y su cálculo
11.5 La ecuación x^2-my^2=N

Bibliografía

• [Texto guía] Alaca, S., Williams K.S.: Introductory Algebraic Number Theory. Cambridge University Press, Cambridge (2004).
• Esmonde, J., Murty, M.R.: Problems in Algebraic Number Theory. Springer-Verlag, New York (2005). http://www.math.toronto.edu/~ila/2005_Book_ProblemsInAlgebraicNumberTheor.pdf
• Janusz, G.J.: Algebraic Number Fields. American Mathematical Society, Providence RI (2005).
• Lang, S.: Algebraic Number Theory. Springer-Verlag, New York (1994).
• Neukirch, J.: Algebraic Number Theory. Springer-Verlag, Heidelberg (1999).
https://www.cimat.mx/~luis/seminarios/Teoria-de-Numeros/Neukirch_Algebraic_number_theory.pdf