Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Tipo de actividad: Asignatura(MAT521)	Créditos: 5
Nombre: Teoría de Cuerpos.	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT322	Correquisitos:

Introducción

Desde sus más remotos orígenes, un problema central tratado en el álgebra es el de la solución de ecuaciones polinómicas. Inicialmente se obtuvo la solución de las ecuaciones lineales y de la ecuación general de segundo grado, pero pasó mucho tiempo antes de obtenerse un algoritmo para solucionar ecuaciones de tercer y cuarto grado. Sin embargo, este logro motivó la búsqueda de un algoritmo para solucionar ecuaciones de quinto grado, lo cual no es posible para todas las ecuaciones de este tipo, según demostraron posteriormente Abel y Galois. Este último desarrolló tópicos importantes de la teoría de grupos para conseguir su objetivo. En este curso se hace un estudio sistemático de los cuerpos (también llamados campos), sus extensiones e isomorfismos, para comprender,
con ayuda de la teoría de Galois, por qué ocurre la insolubilidad de la quíntica y ecuaciones de grado mayor. Se verá como se integran tópicos de la teoría de grupos, la teoría de anillos y el álgebra lineal para conseguir este objetivo.

Objetivo General

• Mostrar que algunas raíces de ciertos polinomios de grado 5 o más, son inexpresables en términos de sumas, productos y radicales de los coeficientes originales.

• Estudiar los fundamentos de la teoría de Galois.

Objetivos especificos

• Estudiar y clasificar las extensiones de los campos primos (finitos e infinitos).

• Mostrar que todo campo posee una cerradura algebraica.

• Aprovechar la teoría de extensiones de campos para mostrar la imposibilidad de ciertas construcciones geométricas con regla y compás.

• Demostrar la llamada “ insolubilidad de la quíntica “.

Contenido

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN A LOS CAMPOS DE EXTENSIÓN (REPASO)

• Teorema de Kronecker.

• Elementos algebraicos y trascendentes.

• El polinomio irr(?, F).

• Extensiones simples.

CAPÍTULO II EXTENSIONES ALGEBRAICAS

• Extensiones algebraicas y extensiones finitas.

• Campos algebraicamente cerrados y cerraduras algebraicas (Ejemplo: los números complejos).

CAPÍTULO III CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS (Opcional)

• Números construibles.

• Imposibilidad de ciertas construcciones geométricas.

CAPÍTULO IV AUTOMORFISMOS DE CAMPOS

• Los isomorfismos básicos de la teoría de campos.

• Automorfismos de campos. El campo fijo de una colección de automorfismos.

• El automorfismo de Frobenius.

CAPÍTULO V EL TEOREMA DE EXTENSIÓN DE ISOMORFISMOS

• El teorema de extensión.

• El índice de un campo de extensión.

CAPÍTULO VI CAMPOS DE DESCOMPOSICIÓN

• El campo de descomposición de una familia de polinomios sobre F.

CAPÍTULO VII EXTENSIONES SEPARABLES

• Multiplicidad de los ceros de un polinomio.

• Extensiones separables, elementos separables, polinomios irreducibles separables.

• Campos perfectos.

• El teorema del elemento primitivo.

CAPÍTULO VIII CAMPOS FINITOS

• Los campos de pn elementos. Raíces n-ésimas del unitario.

• La existencia y unicidad del Campo de Galois de pn elementos.

CAPÍTULO IX TEORÍA DE GALOIS

• Extensiones normales finitas.

• El grupo de Galois de K sobre F. El teorema principal de la Teoría de Galois.

• Grupos de Galois sobre campos finitos.

CAPÍTULO X INSOLUBILIDAD DE LA QUÍNTICA

• Extensiones de F por radicales. Polinomios solubles por radicales. Grupos solubles.

• Insolubilidad de la Quíntica.

Bibliografía

1. FRALEIGH, John B. Álgebra Abstracta. Addison-Wesley Iberoamericana, S.A. Wilmington, Delaware, E.U.A. 1988.

2. ACEVEDO Myriam, FALK Mary. Recorriendo el Álgebra: de la solución de ecuaciones al Álgebra Abstracta.Universidad Nacional de Colombia y Colciencias. 1996.

3. HERSTEIN, I.N. Álgebra Moderna. Trillas. México. 1970.

4. LANG, Serge. Álgebra. Aguilar. Madrid. 1971.

5. RUIZ, Roberto. Polinomios y Campos. Universidad del Valle. Santiago de Cali. 1999.

6. SUAREZ, Marco F. Elementos de Álgebra. Universidad del Valle. Santiago de Cali. 1994.