Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

Tipo de actividad: Asignatura(MAT321)	Créditos: 4
Nombre: Teoría de Grupos.	Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.
Requisitos: MAT221, MAT251, MAT151	Correquisitos:

Introducción

Un grupo es un conjunto al que se ha dotado de una operación que satisface las propiedades: asociativa, modulativa e invertiva. Desde bachillerato, el estudiante se ha familiarizado con algunos ejemplos de grupos. Por ejemplo, Los números enteros (Z), los números racionales (Q), los números reales (R), tomando la suma como operación en cada conjunto, constituyen un grupo. En los primeros años de universidad, el estudiante también ha conocido nuevos conjuntos que tienen estructura de grupo y ha trabajado con algunas de las consecuencias y propiedades de esta estructura.

Por ejemplo, los estudiantes que van a estudiar este curso, han resuelto ecuaciones como las siguientes:

a) 3 + x = -4 en el conjunto de los números enteros.
b) 3x =? en el conjunto de los números reales.
c) a x b
v v v + = donde a b
v v
 y son elementos de un espacio vectorial V.
En este curso se estudiarán explícitamente y de manera abstracta, todas las propiedades que permiten resolver ecuaciones como las anteriores y otras generalidades de dicha estructura de grupo. El estudiante entonces, tendrá la oportunidad de ejercitarse y capacitarse en los procesos de razonamiento y argumentación formal, donde la intuición geométrica y física ya no es tan útil como en otras áreas de la matemática.

Objetivo General

• Introducir al estudiante en el estudio del álgebra abstracta

Objetivos especificos

• Formalizar el concepto de estructura de grupo.

• Estudiar con detalle las propiedades básicas de los conjuntos dotados con estructura de grupo y sus implicaciones.

• Afianzar habilidades para razonar y argumentar formalmente.

• Preparar al estudiante para el estudio de otras estructuras algebraicas.

Contenido

CAPÍTULO I
1.1 Conjuntos, operaciones entre conjuntos.

1.2 Relaciones, relaciones de equivalencia, particiones.
1.3 Funciones, funciones biyectivas, funciones sobreyectivas.
1.4 Divisibilidad.
1.5 Algoritmo de la división para Z.
1.6 Números primos.
1.7 Teorema fundamental de la aritmética.
1.8 Definición de operación, operaciones binarias.

CAPÍTULO II GRUPOS
2.1 Definición de grupo y propiedades.
2.2 Grupos abelianos.
2.3 Grupos finitos.

CAPÍTULO III SUBGRUPOS
3.1 Subgrupos.
3.2 Subgrupos cíclicos.

CAPÍTULO IV GRUPOS CÍCLICOS
4.1 Grupos cíclicos.
4.2 Clasificación de los grupos cíclicos.
4.3 Subgrupos de grupos cíclicos finitos.
4.4 Orden de un elemento.

CAPÍTULO V PERMUTACIONES
5.1 Permutaciones.
5.2 Grupos de permutaciones.
5.3 Los grupos simétricos Sn.
5.4 Ciclos.
5.5 Permutaciones pares e impares.
5.6 Transposiciones.
5.7 Grupos alternantes.

CAPÍTULO VI HOMOMORFISMOS.
6.1 Homomorfismos de grupos.
6.2 Kernel e imagen de un homomorfismo.
6.3 Monomorfismo, epimorfismo, isomorfismos y automorfismos.
6.4 Propiedades de grupos que se preservan por isomorfismos.
6.5 Teorema de Cayley.

CAPÍTULO VII PRODUCTOS DIRECTOS
7.1 Productos directos e internos de grupos.

CAPÍTULO VIII GRUPOS ABELIANOS FINITAMENTE GENERADOS
8.1 Generadores, conjuntos de generadores.
8.2 Grupos de torsión.
8.3 Grupos libres de torsión.
8.4 Subgrupo de torsión de un grupo.
8.5 Teorema fundamental de grupos finitamente generados.

8.6 Coeficientes de torsión.
8.7 Número de Betti.
8.8 Aplicaciones del Teorema Fundamental de los Grupos Finitamente Generados.

CAPÍTULO IX GRUPOS DE CLASES LATERALES NORMALES Y GRUPOS FACTORES
9.1 Clases laterales.
9.2 Teorema de Lagrange.
9.3 Grupos de clases laterales.
9.4 Subgrupo normal.
9.5 Subgrupos conjugados.
9.6 Grupos factores.
9.7 Grupos simples.
9.8 Aplicaciones.
9.9 Teorema Fundamental de Homomorfismos.
9.10 Subgrupo maximal de un grupo.

CAPÍTULO X TEOREMAS DE SYLOW (OPCIONAL)
10.1 P-grupos.
10.2 P-subgrupos de un grupo.
10.3 Los Teoremas de Sylow.
10.4 Aplicaciones de los Teoremas de Sylow

Bibliografía

• FRALEIGH, Jhon B. Álgebra Abstracta. Addison-Wesley Iberoamericana. 1988.

• HERSTEIN, N. Topics in Álgebra. Blaisdell Book Company,New.

• SUAREZ, Marco Fidel. Elementos de Álgebra. Universidad del Valle.1994.

• AYRES, Frank Jr. Álgebra Moderna. Mc. Graw-Hill.1997.

• ACEVEDO, Myriam. LOSADA, Mary. Recorriendo el Álgebra. Universidad Nacional. Colciencias.

• BAUMSLAG, Benjamín. CHANDLER, Bruce. Teoría y Problemas de Teoría de Grupos. Mc. Graw-Hill- 1972.