



Tipo de actividad: Asignatura(MAT302)

Nombre: Variable Compleja.

Requisitos: Mat 202

Créditos: 4

Intensidad Horaria: 4 Horas semanales.

Correquisitos:

## Objetivo General

1. Generalizar conceptos básicos del cálculo real al plano complejo y presentar la correspondiente fundamentación matemática de la teoría de las funciones de una variable compleja.
2. Orientar la materia de manera que los interesados puedan hacer aplicaciones a conducción de calor, potencial electrostático y flujo de fluidos, entre otras.

## Contenido

### CAPÍTULO I NÚMEROS COMPLEJOS Y EL PLANO COMPLEJO

- 1.1 La unidad imaginaria y el cuerpo de los números complejos
- 1.2 Representación geométrica de un número complejo e isomorfismo con el plano cartesiano y el conjunto de vectores libres
- 1.3 Módulo de un complejo, concepto de distancia en el plano complejo y conjugado de un complejo
- 1.4 Forma polar de un complejo: potencia entera y racional de un complejo.
- 1.5 Conceptos topológicos en el plano complejo: bolas, conjuntos abiertos y cerrados, conjuntos conexos, frontera, dominio, región, regiones acotadas, conjuntos compactos, puntos de acumulación.

### CAPÍTULO II FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA

- 2.1 Definición de función de una variable compleja. Plano  $z$  y Plano  $w$ . La función como una transformación del plano  $z$  al plano  $w$ .
- 2.2 Las transformaciones:  $w = a z$ ,  $w = z + b$ ,  $w = 1/z$ ,  $w = a z + b$ ,  $w = (az + b) / (cz + d)$  y sus interpretaciones geométricas
- 2.3 Las funciones elementales: la función exponencial, funciones trigonométricas, funciones hiperbólicas, exponentes complejos, las funciones elementales inversas (funciones univalentes y multivalentes), puntos de ramificación y corte.
- 2.4 La función compuesta. Interpretación de las funciones elementales como transformaciones del plano  $z$  al plano  $w$  (imágenes de regiones del plano  $z$  o del plano  $w$ ).

### CAPÍTULO III LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

- 3.1 Definición de límite de una función y el teorema de unicidad del límite.
- 3.2 Álgebra de límites. Descomposición en parte real y parte Imaginaria.
- 3.3 El plano complejo ampliado. Límites infinitos.
- 3.4 Continuidad de una función y propiedades.

### CAPÍTULO IV DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

- 4.1 Definición de derivada, funciones derivables.
- 4.2 Álgebra de derivadas, regla de la cadena y derivada de la función inversa.
- 4.3 Condiciones de Cauchy – Riemann y funciones analíticas.
- 4.4 Funciones armónicas, la ecuación de Laplace.

## CAPÍTULO V INTEGRALES

- 5.1 Funciones de una variable real de valor complejo: límite, continuidad, derivada e integral de estas funciones.
- 5.2 Caminos, longitud de arco, parametrización y contornos.
- 5.3 Integrales de línea y sus propiedades, primitiva de una función e independencia del camino. Integración por sustitución y por partes.
- 5.4 Teorema de Cauchy –Goursat.
- 5.5 La fórmula integral de Cauchy, derivadas de funciones analíticas.
- 5.6 Teoremas de Liouville y de Morera.
- 5.7 Módulo máximo y principio del módulo máximo.
- 5.8 Teorema fundamental del álgebra.

## CAPÍTULO VI SUCESIONES Y SERIES

- 6.1 Sucesiones y límites de sucesiones. Series y convergencia absoluta.
- 6.2 Serie geométrica, de Taylor y de Laurent, puntos singulares.
- 6.3 Convergencia de las series de potencia, convergencia uniforme.
- 6.4 Derivada e integral de una serie de potencias, teorema de unicidad de la representación en serie.
- 6.5 Suma, multiplicación y división de series.

## CAPÍTULO VII RESIDUOS Y POLOS

- 7.1 Residuos, el teorema de los residuos.
- 7.2 Parte principal de una función, polos, polos de orden  $m$ , punto singular aislado, punto singular esencial.
- 7.3 Residuos en los polos y cálculo de integrales reales.

## CAPÍTULO VIII TRANSFORMACIONES CONFORMES

- 8.1 Definición de transformaciones conformes y propiedades.
- 8.2 Aplicaciones de las transformaciones conformes: temperaturas estacionarias, potencial electrostático y flujo de un fluido.

## Bibliografía

1. RUEL V. Churchill y James Ward Brown, Variable Compleja y Aplicaciones. McGraw-Hill, 5 ed. 1.992. (texto guía).
2. WUNSCH David, Variable Compleja con Aplicaciones de A. Addison Wesley Iberoamericana, S.A., Wilmington, 1997. Delaware E.U. A.
3. REDHEFFER Levinson, Curso de Variable Compleja, editorial Reverté, S.A., 1975.